

Università degli Studi di Ferrara

2014-2015 – Corso TFA - A048 – Matematica applicata

Didattica della matematica applicata all'economia e alla finanza

25 febbraio 2015

Appunti di didattica della Matematica finanziaria: operazioni di sconto

Luigi Tomasi

luigi.tomasi@unife.it

1

Prerequisiti didattici

- Funzioni lineari
- Funzioni razionali fratte (iperboli in particolare)
- Funzioni esponenziali ed equazioni \exp
- Logaritmi ed equazioni \log .
- Grafici di funzioni
- Capitalizzazione

Strumenti

- Uso della calcolatrice scientifica
- Foglio elettronico (Excel, Calc, GeoGebra,..)

Obiettivi di apprendimento

Competenze

- Avere buona padronanza dei concetti di montante, valore attuale, interesse, tempo e delle reciproche relazioni (prestazione finanziaria)
- Affrontare lo studio dei fenomeni finanziari sapendo determinare le leggi di crescita
- Interpretare i problemi finanziari sapendo elaborare modelli matematici con opportune simulazioni
- Risolvere problemi finanziari tipici applicando modelli efficaci mediante gli strumenti adeguati (Foglio elettronico: Excel, Calc, GeoGebra,..)

3

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

- Interesse, montante, valore attuale, sconto
- Caratteristiche dei regimi finanziari più utilizzati
- Modelli utilizzati
- Concetto di equivalenza finanziaria
- Metodi di risoluzione dei problemi tipici della matematica finanziaria

4

Obiettivi di apprendimento

Abilità

- Saper operare nei diversi regimi determinando i parametri in gioco
- Saper risolvere problemi di capitalizzazione e di attualizzazione nei tre regimi
- Saper applicare le regole a casi applicativi, effettuando simulazioni diverse
- Utilizzare appropriati supporti informatici per rappresentare graficamente le leggi finanziarie e usare gli strumenti di calcolo più adeguati

5

Operazioni di sconto

- Sconto commerciale
- Sconto semplice
- Sconto composto
- Regimi di capitalizzazione e leggi di sconto: regimi e leggi coniugati

6

Sconto commerciale

Sconto commerciale

$$S_c = C d t$$

d = tasso di sconto commerciale (solo annuale)

t = tempo (in anni)

$V = C - S$ = valore attuale

S = sconto

C = capitale che scade al tempo t

V = somma scontata (oggi $t=0$)

7

Fattore di sconto commerciale

Sconto commerciale

$$V = C - S_c = C - C d t = C(1 - d t)$$

$1 - d t$ si chiama fattore di sconto comm.

Ha senso solo se $1 - d t > 0$

Quindi deve essere $t < 1/d$.

In caso contrario il valore attuale V sarebbe negativo o nullo!

Fissato d , il grafico di $\phi(t) = 1 - d t$ è una retta.

8

Sconto semplice

$$C = V + Vit = V(1 + it)$$

$$V = C / (1 + it)$$

C = capitale che scade al tempo t

V = valore attuale o somma scontata
(oggi $t=0$)

$$S = C - V = C - C / (1 + it) = Cit / (1 + it)$$

9

Fattore di sconto semplice

Poiché $V = C / (1 + it)$

per $C = 1$ euro, si ha

$$\phi(t) = 1 / (1 + it)$$

che si chiama *fattore di sconto semplice*.

Se si fa un grafico in funzione di t si ottiene un ramo di iperbole (equilatera).

In pratica lo sconto semplice non trova applicazione.

10

Sconto composto

$$C = V(1+i)^t = V u^t$$

$$V = C(1+i)^{-t}$$

C = capitale che scade al tempo t

V = valore attuale o somma scontata (oggi, cioè al tempo $t=0$)

$$S = C - V = C - C(1+i)^{-t} = C(1 - (1+i)^{-t})$$

11

Fattore di sconto composto

Poiché $V = C(1+i)^{-t}$

per $C = 1$ euro, si ha

$$\phi(t) = (1+i)^{-t}$$

che si chiama *fattore di sconto composto*

Ponendo $v = (1+i)^{-1}$, si ha $\phi(t) = v^t$

funzione esponenziale decrescente,

essendo $v < 1$. Quindi si può scrivere

$$V = C v^t$$

12

Regimi e leggi coniugati

Il fattore di sconto semplice è il reciproco del fattore di capitalizzazione semplice.

Il fattore di sconto composto è il reciproco del fattore di capitalizzazione composta.

In generale si ha quindi:

$$f(t) \cdot \phi(t) = 1$$

Significato finanziario: se si calcola il montante di un capitale unitario al tempo t poi si sconta il capitale ottenuto per un tempo t si ottiene il capitale iniziale.

13

Una interpretazione della capitalizzazione e dello sconto

Capitalizzare significa “portare avanti nel tempo” un capitale C disponibile oggi (al tempo $t = 0$): $M = C(1+i)^t = C u^t$.

Scontare significa “trasferire indietro nel tempo” un capitale C disponibile al tempo t : $V = C(1+i)^{-t} = C v^t$.

Suggerimento: disegnare la retta del tempo.

14