

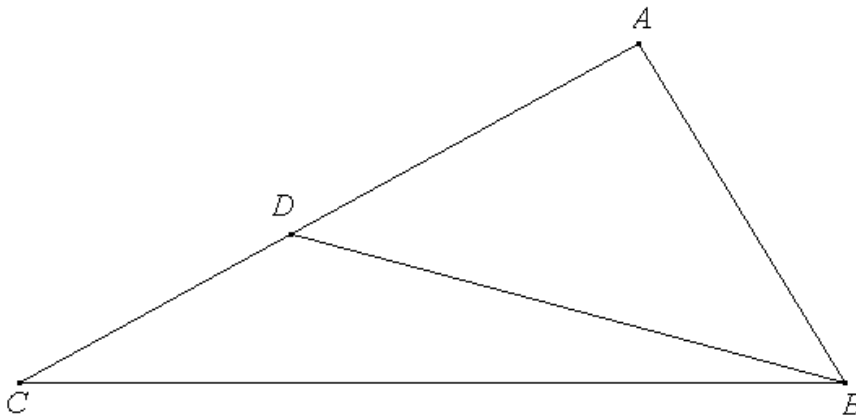
**FLATlandia**

**Flatlandia 1-15 Ottobre 2007**

1) È dato un triangolo  $ABC$  con  $AB < AC$  e sia  $D$  il punto del lato  $AC$  tale che risulti  $AB = AD$ . Si sa, inoltre, che la differenza fra gli angoli  $ABC$  e  $ACB$  misura  $30^\circ$ . Determinare l'ampiezza dell'angolo  $CBD$ .

2) Costruire ora un triangolo  $ABC$  con le caratteristiche richieste e determinare per quali valori dell'angolo  $BAC$  tale costruzione è possibile.

Motivare le risposte e descrivere la costruzione.



**Commento**

Sono giunte due sole risposte, una da una Scuola Media e l'altra da un ITCG.

Il problema richiedeva prima la determinazione dell'ampiezza di un angolo applicando semplici proprietà geometriche, poi una costruzione e la sua motivazione.

In entrambe le risposte viene risolta correttamente la prima parte del problema (con un procedimento pressoché identico), mentre la seconda parte è risolta in modo accettabile (anche se non sufficientemente motivato) solo nella seconda risposta. In particolare vogliamo sottolineare che non è accettabile la costruzione di un angolo con Cabri sfruttando una rotazione per la quale viene dato come "valore di ingresso" proprio l'ampiezza dell'angolo che si vuole costruire.

Siamo rimasti un po' meravigliati dall'esiguo numero di risposte, che ci auguriamo sia dovuto alla fase iniziale di "rodaggio". Ci aspettiamo una maggiore partecipazione ai prossimi quesiti.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole  
SM "C.A. Dalla Chiesa", S.Genesio ed Uniti (PV)  
ITCG "Ruffini", Imperia (IM)

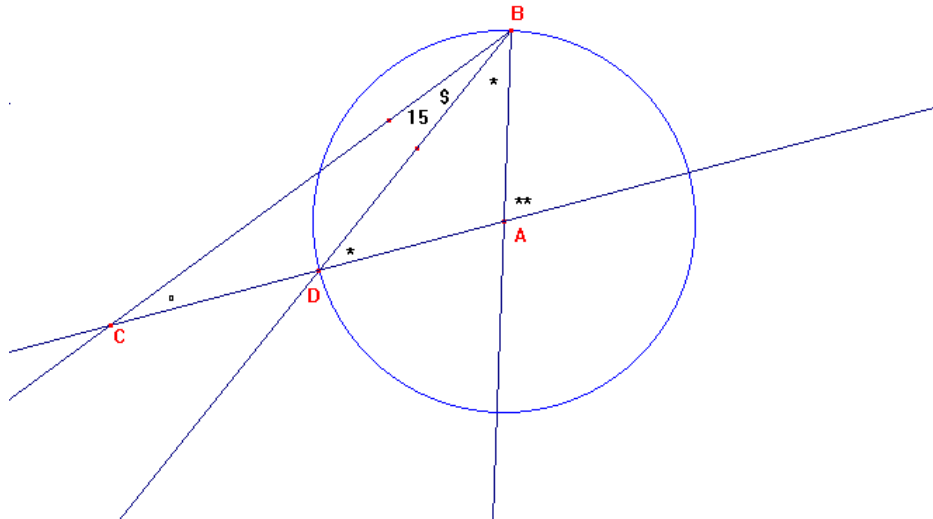
Riportiamo qui di seguito:

1. la determinazione dell'ampiezza dell'angolo della scuola media "C.A. Dalla Chiesa";
2. la costruzione dell'ITCG "Ruffini".

*NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni o i commenti sono scritti fra parentesi quadre.*

## Soluzioni

*Alessandro Trancuccio*  
*Scuola Media "C.A. Dalla Chiesa", S.Genesio ed Uniti (PV)*  
*Classe II S*



1) Dato che il triangolo ABD che si è formato è isoscele per come è stato costruito, posso dire che gli angoli DBA e ADB hanno la stessa ampiezza. Inoltre l'angolo DBA = ADB = ACB + CBD perché angolo esterno del triangolo CBD. Quindi se:

$ABC - ACB = 30^\circ$  per ipotesi

$ABC = CBD + DBA$  posso scrivere

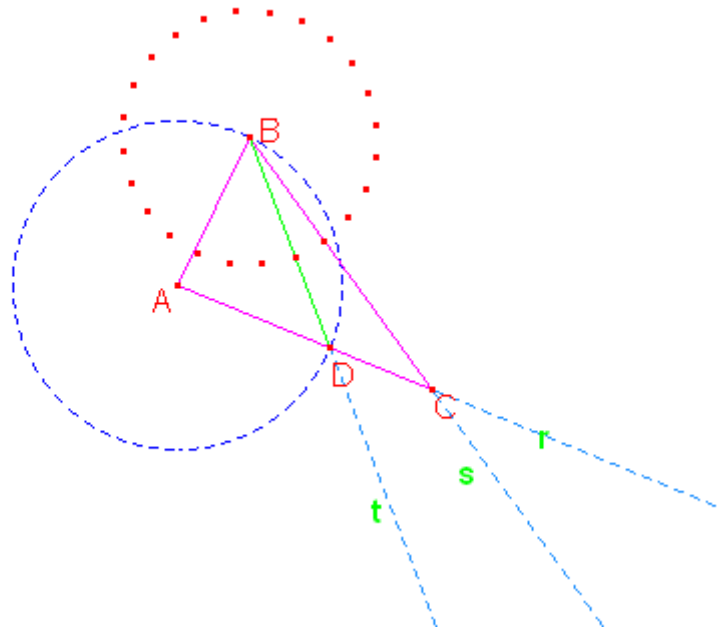
$CBD + DBA - ACB = 30^\circ$  e sostituendo a  $DBA = ACB + CBD$  si ottiene

$CBD + ACB + CBD - ACB = 2CBD = 30^\circ$  per cui si capisce che  $CBD = 15^\circ$ .

Quindi l'angolo CBD ha un'ampiezza di  $15^\circ$  [Resta inteso che in questa soluzione si usa la stessa notazione per indicare sia un angolo che la sua ampiezza.]

**Gruppo di studenti**  
**ITCG "Ruffini", Imperia (IM)**  
**Classe III A Programmatori**

2) Abbiamo costruito con Cabri la figura richiesta:



I passi sono:

tracciare la circonferenza di centro A [e raggio arbitrario]

scegliere un punto a caso B sulla circonferenza

disegnare l'angolo di  $15^\circ$  [di vertice B, in modo che entrambe le semirette t ed s che individuano l'angolo intersechino la circonferenza di centro A] (ottenuto con il poligono regolare di 24 lati) [il poligono regolare di 24 lati è un poligono costruibile con riga e compasso, la cui costruzione dovrebbe essere motivata]

indicare con D il punto di intersezione con la prima circonferenza

tracciare la semiretta AD

indicare con C il punto d'intersezione tra le semirette r ed s

Il triangolo soddisfa l'ipotesi  $\hat{A}BC - \hat{A}CB = 30^\circ$ , infatti:

Nel triangolo ABD si ha  $\hat{A}BD = \hat{A}DB$ . Poiché A, D, C sono allineati, si ha:

$\hat{B}DC = 180^\circ - \hat{A}DB = 180^\circ - \hat{A}BD$ . Si ha anche questa uguaglianza  $\hat{B}DC = 180^\circ - 15^\circ - \hat{B}CD$ , quindi per la proprietà transitiva dell'uguaglianza, si ottiene:

$$180^\circ - \hat{A}BD = 180^\circ - 15^\circ - \hat{B}CD \rightarrow$$

$$\hat{A}BD = 15^\circ + \hat{B}CD \rightarrow \hat{A}BC = \hat{A}BD + 15^\circ = 15^\circ + \hat{B}CD + 15^\circ = 30^\circ + \hat{B}CD$$

Siamo certi, perciò, che la costruzione corrisponde alle ipotesi.

Se la costruzione fosse fatta con riga e compasso [vedi la precedente osservazione], l'angolo di  $15^\circ$  potrebbe ottenersi come bisezione di un angolo di  $30^\circ$  [che si ottiene...].

L'angolo BAC può avere massima ampiezza  $150^\circ$  [ha ampiezza minore di  $150^\circ$ ]: infatti

$$\hat{B}AC = 180^\circ - \hat{A}BC - \hat{B}CA = 180^\circ - \hat{A}CB - 30^\circ - \hat{B}CA = 150^\circ - 2\hat{B}CD$$