

TFA A047- A048 – A049
Laboratorio pedagogico-didattico di matematica
10 e 17 febbraio 2015

***Proposte di attività didattiche
per un laboratorio di
matematica con GeoGebra***

prof. Luigi Tomasi
luigi.tomasi@unife.it

“Scaletta” dell’incontro

- Nuove Indicazioni nazionali per i Licei e nuove Linee guida per gli Istituti Tecnici e per gli Istituti Professionali
- Da queste Indicazioni nazionali/Linee guida, anche se a volte generiche, verso la progettazione didattica di attività di matematica
- Uso delle tecnologie e di un software di matematica nell’ambito delle attività di insegnamento/apprendimento (il “laboratorio di matematica” come metodologia).

2

Uno sguardo alle novità di GeoGebra vers. 5

Uno sguardo alla versione 5 di GeoGebra

- **GeoGebra 5**
- Data di rilascio: settembre 2014
- **Panoramica sulle nuove funzionalità**
- Vista 3D
- [GeoGebraTube](#): per condividere online i propri fogli di lavoro (vedere menu "File")
- Interfaccia utente: trascinamento di file e oggetti, barra di stile, raccolte strumenti, accessibilità
- Nuovi strumenti: analisi dei dati, finestra di dialogo per i diagrammi, calcolatore di probabilità, assistente funzioni
- Copia e incolla, due viste grafiche
- Disequazioni e equazioni implicite
- Strumento testo e visualizzazione delle equazioni migliorati

4

Uno sguardo alla versione 5 di GeoGebra

- **Ultima Release**
- **GeoGebra 5**
- Opzioni di riempimento con tratteggi e immagini
- Animazione di punti sulle rette, limiti dinamici per slider e assi
- Pulsanti, campi testo, scripting
- Esportazione in GIF animati
- Più di 50 lingue
- Per ulteriori dettagli consultate le [Note di versione di GeoGebra 5](#).
- Tutte le nuove funzionalità sono descritte nel nuovo [Manuale di GeoGebra](#). Per qualsiasi domanda, suggerimento o per segnalarci un problema, vi aspettiamo sul [Forum degli utenti di GeoGebra](#).

5

Uno sguardo alla versione 5 di GeoGebra

- Uscita ad inizio settembre 2014 (anche se in precedenza c'erano state diverse versioni di prova), ora siamo alla 5.0.63 (10 febbraio 2015).
- Ci sono molte novità interessanti.
- Non solo di geometria dinamica...
- **E' necessario il lavoro dell'insegnante per individuare come integrare questo strumento nella didattica "normale"**
- **Occorre una conoscenza di base del software per una progettazione didattica e l'uso integrato del software nell'insegnamento/apprendimento.**

6

Nuovi strumenti in GeoGebra 5

I più evidenti cambiamenti in GeoGebra 5 sono i nuovi strumenti introdotti. La loro descrizione sintetica è la seguente:

- Attach/Detach Point: Attaches/detaches a point to a particular object. **Vincola / Svincola punto**
- Function Inspector: Displays different properties of functions (maximum, minimum, roots, etc).
Assistente Funzioni
- Insert Button: Inserts a command button in the GeoGebra drawing pad. **Inserisci pulsante**
- Insert Input box: Inserts a text box in the GeoGebra drawing pad for inputs. **Inserisci campo testo**
- Pen Tool: Enables writing/drawing on the drawing pad. **Penna**

7

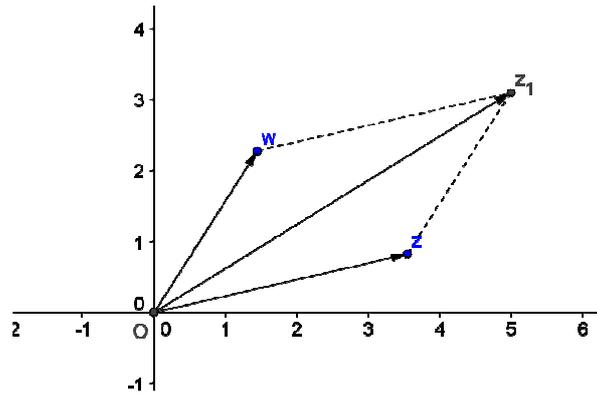
Nuovi strumenti in GeoGebra 5

- Point on Object: Creates a point on a region or a perimeter of a region. **Punto su oggetto**
- Polyline: Creates a series of segments. **Spezzata aperta**
- Probability Calculator: Computes/graphs different probability distributions. **Calcolatore di probabilità**
- Rigid Polygon: Creates a polygon that you can translate or rotate, but can't change its shape. **Poligono rigido**
- Vertex Polygon: Creates a polygon that you can translate or rotate, but can't change its shape. **Poligono vettore**
- Complex Number: Creates a point with coordinates $x + yi$. **Numero complesso**
- Create List: Creates a list of objects. **Crea lista**

8

Numeri complessi in GeoGebra

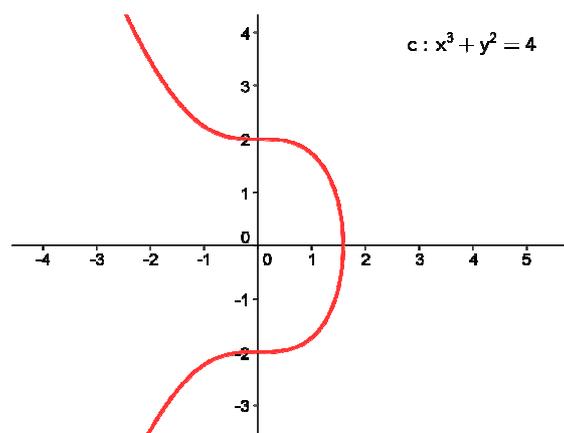
- Numeri complessi



9

Curve algebriche in GeoGebra 5

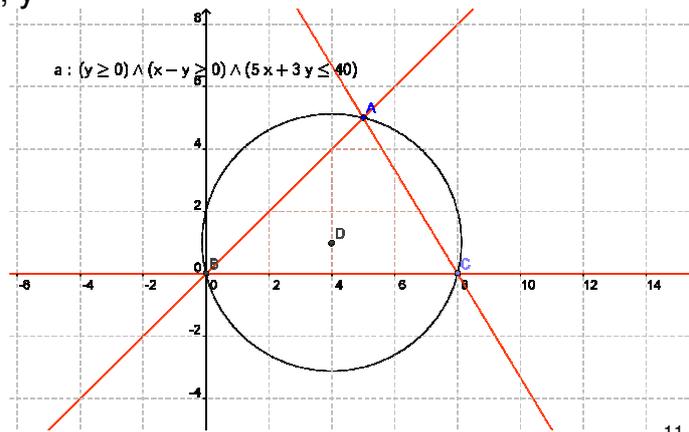
- Disegna il grafico di **curve algebriche** (o polinomiali) implicite (in x, y)



10

Disequazioni in 2 variabili in GeoGebra 5

- Disegna il grafico di **disequazioni algebriche** in due variabili x, y



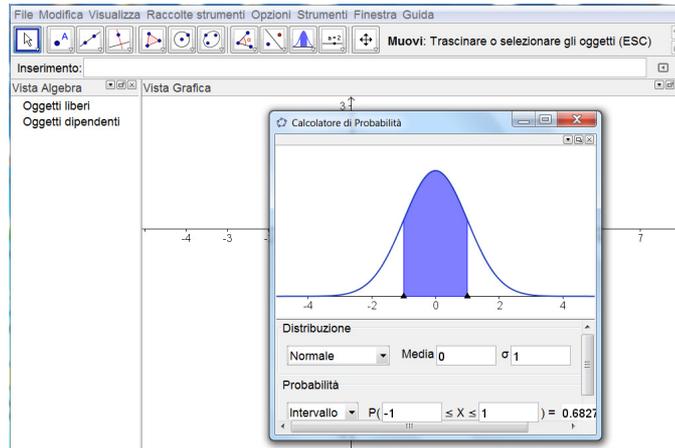
Esplorazione dinamica di alcuni argomenti di statistica con GeoGebra

- Ambiente **Foglio di calcolo e Grafici**
- *Analisi univariata*
- *Analisi bivariata*
- *Modelli a disposizione*
- Retta di regressione dinamica (best fit line)

12

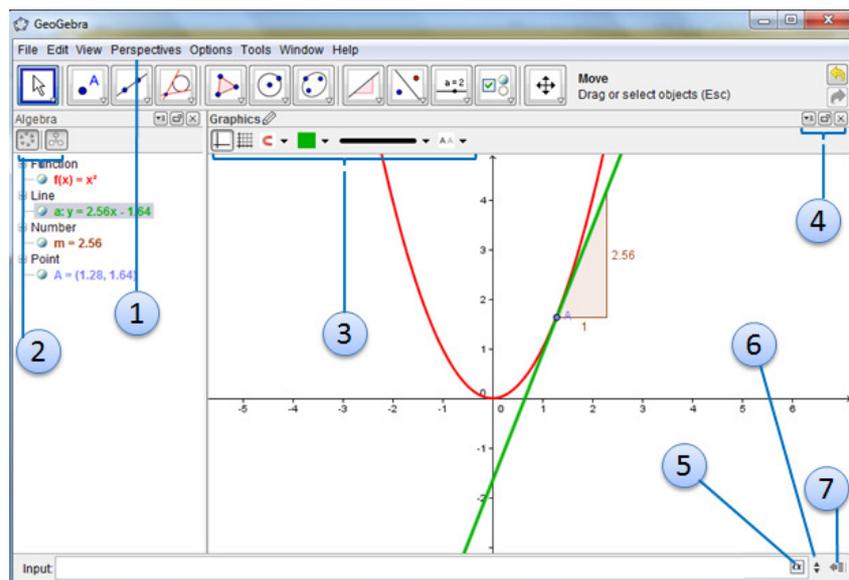
Probabilità in GeoGebra 5

- E' possibile calcolare una probabilità con varie distribuzioni.



13

Novità nell'interfaccia utente in GeoGebra 5



Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

1. The Perspective Menu (**Raccolte strumenti**)

- The most obvious change when you open the GeoGebra 5 window is the addition of the **Perspectives menu**. This menu will let you to choose the type of Perspective (combination of windows) to show.
- The *Basic Geometry* perspective, for example, only reveals a blank *drawing pad* and displays the basic tools with no drop down list of tools.
- The *Table & Graphics* perspective shows the *Spreadsheet View* and a blank *drawing pad*.
- Note: GeoGebra has changed the term “drawing pad” to *Graphics View* to be consistent with *Algebra* and *Spreadsheet Views*. From now on, we will use the term *Graphics View* in lieu of drawing pad.

15

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

Raccolte strumenti

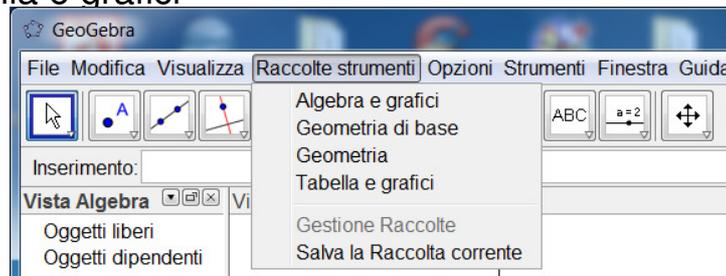
Algebra e grafici

Geometria di base

Geometria

Grafici 3D

Tabella e grafici



16

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

2. Sort Objects by Type

- Another small improvement is the *Sort Objects by Type* toggle button in the *Algebra window*.
- This enables you to sort the objects into two types — the first is to three categories: *Free*, *Dependent*, and *Auxiliary Objects*, and the other one is to sort into object types: *Line*, *Segments*, *Number*, *Point*, etc
- **Ordina gli oggetti per tipo**
 - **Oggetti liberi, dipendenti ed ausiliari**
 - **Punti, Linee, Segmenti, Numeri, ecc**

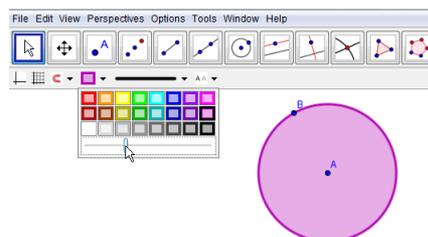
17

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

3. Styling Bar

- Thank goodness because we don't have to right click or double click an object and open the Properties window when we want to change the color, style, size, or label type of a particular object.
- In GeoGebra 5, a new styling bar is located at the top of the Graphics view. It can be shown/hidden using a toggle button.

Barra di stile



18

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

4. Action Buttons

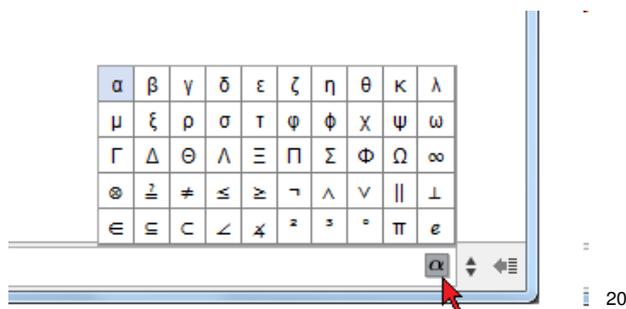
- I am not sure if the GeoGebra team has given a name for these three buttons (I can't find it), but for now we will call them Action Buttons.
- The first one on the left is the *Toggle Styling Bar* button which shows/hides the *Styling Bar*.
- The second is the *Show View in New Window* button which lets the current window float.
- The third one with the \boxtimes is, of course, the *Close* button.

19

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

5. The Greek Letters Window

- The very long drop down list of Greek letters in version 3.2 is now in tabular form.
- This is a great improvement because we don't have to do a lot of mouse scrolling.



Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

6. The Command History

- The command history is also improved.
- In the last version, you have to press the UP arrow key on your keyboard to view the previous inputs from the input bar, but in version 4, you just have to click the up button to show the list.

21

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

7. Input Help

- The GeoGebra commands are more organized. They are now sorted into categories and not just listed alphabetically. We can use the Input Help toggle button as shown in Figure 1 to display the list of commands, then we can do the 4-step instruction below to use the command below.

22

Nuova interfaccia utente in GeoGebra 5

7. Input Help (Guida Inserimento)

1. Choose command

2. Learn syntax

3. Click Paste button to copy command to the input bar

4. Type parameters and press the ENTER key to complete

input: Extremum[]

23

Nuova interfaccia utente di GeoGebra 5

1

2

3

4

5

6

7

Input

24

15 Reasons Why GeoGebra is Successful

Michael Borchers, lead developer of GeoGebra, asked why GeoGebra is successful in the GeoGebra Forum. I summarized the responses and came up with 15 reasons. Here are the reasons why GeoGebra has been so successful all these years.

- 1. It is free.*
- 2. It is open source – meaning, it is developed collaboratively by us: programmers, teachers, mathematicians, and users. Not just a few people.*
- 3. It runs in multiple operating systems (Windows, Mac, Linux, etc.).*

25

15 Reasons Why GeoGebra is Successful

- 4. It runs in different devices (computers, mobile phones, tablets).*
- 5. It promotes mathematical connections (algebra, geometry, calculus, statistics, etc.).*
- 6. It highlights multiple representations (equations, graphs, tables).*
- 7. It is intuitive, user-friendly, and easy to use.*
- 8. Its files can be easily uploaded to the web as applets.*
- 9. It can be exported to different file formats (png, pdf, eps, etc.).*

26

15 Reasons Why GeoGebra is Successful

10. *It supports Latex typesetting.*
11. *It supports spreadsheet, CAS, and 3D.*
12. *It has elegant appearance and dynamic colors.*
13. *It has excellent support community.*
14. *It can be used by elementary school students up to graduate school students.*
15. *It is updated frequently - actually, almost everyday.*

Can you think of others?

If you haven't tried GeoGebra yet, it's time that you do.

27

Indicazioni nazionali sull'uso degli strumenti informatici

- *“Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici.*
- *L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire familiarità con tali strumenti e per comprenderne il valore metodologico. Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche.*
- *L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi e senza compromettere la necessaria acquisizione di capacità di calcolo mentale.”*

28

Commento alle indicazioni nazionali sull'uso degli strumenti informatici

- Tali indicazioni appaiono senz'altro apprezzabili ed equilibrate e sembrano tener conto di quanto è stato elaborato nelle scuole in questi ultimi anni.
- Ma l'orario dedicato alla matematica nella maggior parte delle scuole secondarie di II grado è sufficiente per poter usare questi strumenti effettivamente integrati nella didattica?

29

Alcune proposte didattiche: laboratorio di matematica con GeoGebra

- *Dalla lettura delle nuove Indicazioni nazionali/Linee guida di matematica per i licei, gli istituti tecnici e professionali*
- *Che cosa si può fare con uno strumento come GeoGebra?*
- *Costruzioni, esplorazioni, congetture*
- *Esplorazione di figure e software di geometria*
- *Qualche esempio da Flatlandia (rubrica on-line di problemi di geometria).*

30

**Alcune proposte didattiche:
laboratorio di matematica con GeoGebra**

- *Esplorazione di figure piane* e software di geometria: un percorso dalle congetture alla dimostrazione (vedi attività del Piano di formazione M@t.abel)

31

**Alcuni esempi:
esplorazione, congettura con GeoGebra**

Dato un triangolo ABC, traccia le bisettrici degli angoli in A e in B.

È possibile, spostando opportunamente i vertici (con un software di geometria), fare in modo che queste bisettrici siano perpendicolari?

32

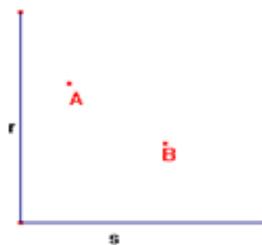
**Alcune proposte didattiche:
laboratorio di matematica con GeoGebra**

- *Considerare la bisettrice dell'angolo interno BAC di un triangolo ABC. Sia M il punto in cui tale bisettrice interseca il lato BC del triangolo. Sotto quali condizioni il triangolo AMB è isoscele? Sotto quali condizioni sono isosceli sia il triangolo AMB, sia il triangolo AMC? Giustificare le proprie risposte.*

33

**Alcune proposte didattiche:
laboratorio di matematica con GeoGebra**

Tracciare la traiettoria che si deve far compiere ad una palla da biliardo perché possa passare da una posizione A ad una posizione B, toccando nell'ordine le sponde r e s.



34

**Alcune proposte didattiche:
laboratorio di matematica con GeoGebra**

- *Luoghi geometrici fondamentali: asse di un segmento; bisettrice di un angolo;*
- *Punti notevoli di un triangolo*
- *Circonferenza e poligoni*
- *Isometrie*
- *Equivalenza nel piano e misura di superfici*
- *Similitudine nel piano (Talete e la misura dell'altezza della piramide)*
- *Circonferenza e cerchio*

35

**Alcune proposte didattiche:
laboratorio di matematica con GeoGebra**

*Trasformazioni geometriche (isometrie) con
GeoGebra:*

- *Simmetria assiale*
- *Traslazione*
- *Rotazione*
- *Composizione di due traslazioni*
- *Composizione di due simmetrie assiali*
-

36

Alcune proposte didattiche: laboratorio di matematica con GeoGebra

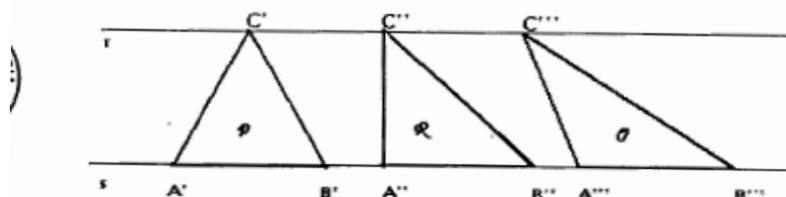
Isometrie in **contesti motivanti**:

- [Il problema di Erone](#)
- [Riflessioni in un quadrante](#)
- [Tassellazioni del piano](#) (da UMI, Matematica 2003)
- [Il biliardo](#) (da UMI, Matematica 2003)
- [Perimetro di triangoli equivalenti con la stessa base...](#)
- [Immagini](#) e trasformazioni geometriche

37

Perimetro di triangoli equivalenti, stessa base...

7) In figura: le rette r e s sono parallele, $A'B'$, $A''B''$ e $A'''B'''$ sono congruenti, i



triangoli sono, nell'ordine, isoscele, rettangolo, ottusangolo. Se P , R e O indicano i perimetri dei triangoli come in figura, vale:

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. $P < R < O$ | 2. $P = R = O$ |
| 3. $R < P < O$ | 4. $P = R < O$ |
| 5. non so | |

3

Conclusioni (geometria con GeoGebra)

- Dalle Indicazioni nazionali/Linee guida occorre arrivare alla stesura di un curriculum di matematica
- “Valore aggiunto” dal punto di vista didattico del software
- Il software può giocare un ruolo importante tra gli strumenti per migliorare l’insegnamento/apprendimento della matematica (GeoGebra in particolare)

39