

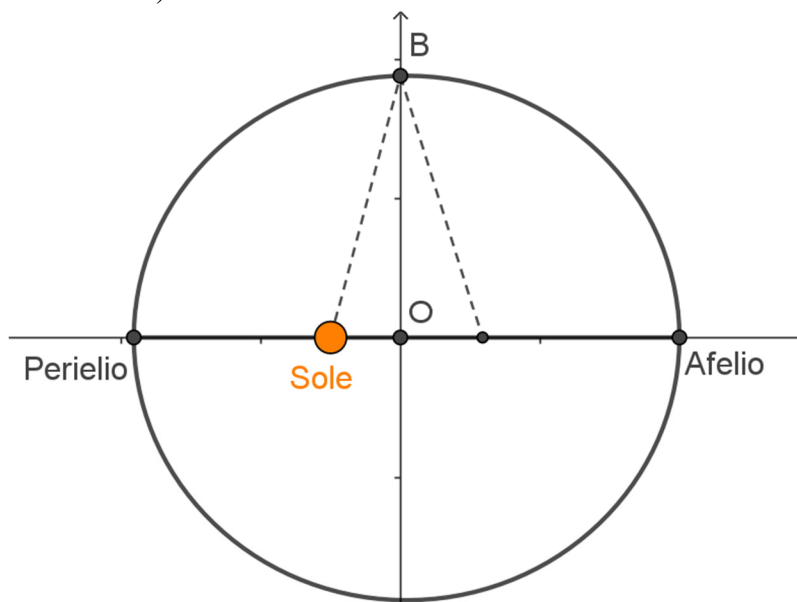
Esame di Stato – seconda prova scritta - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 20 giugno 2024

QUESITO 7 - soluzione a cura di M. Ferrari

7. Il prossimo 5 luglio la terra raggiungerà l'afelio, il punto della propria orbita in cui è massima la distanza dal Sole, pari a circa $1,52 \cdot 10^{11}$ m. Il perielio è invece il punto che si trova alla minima distanza dal Sole, pari a circa $1,47 \cdot 10^{11}$ m. Determinare, in un opportuno sistema di riferimento, l'equazione che rappresenta la traiettoria della Terra intorno al Sole.

Soluzione

Costruiamo la seguente figura (non in scala, perché l'orbita della Terra ha una piccolissima eccentricità).



Considerando un sistema di riferimento in cui l'asse maggiore dell'orbita ellittica coincide con la congiungente afelio-perielio e centrato nel punto medio O di tale segmento, la somma delle distanze del Sole dall'afelio e dal perielio è uguale alla lunghezza dell'asse maggiore dell'ellisse:

$$AS + PS = 2a = (1,52 + 1,47) \cdot 10^{11} \text{ m} = 2,99 \cdot 10^{11} \text{ m};$$

quindi il semiasse maggiore vale

$$a = 1,495 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

La semidistanza focale dell'ellisse è

$$c = a - SP = (1,495 - 1,47) \cdot 10^{11} \text{ m} = 0,025 \cdot 10^{11} \text{ m}.$$

In un'ellisse con fuochi sull'asse x si ha $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, da cui si ricava il semiasse minore dell'orbita, $b = 1,49479 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

Ne consegue che l'equazione dell'orbita ellittica è la seguente:

$$\frac{x^2}{(1,495 \cdot 10^{11})^2} + \frac{y^2}{(1,49479 \cdot 10^{11})^2} = 1.$$

Si noti che è "quasi" l'equazione di una circonferenza.

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input type="checkbox"/> Basso	<input checked="" type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del problema	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input checked="" type="checkbox"/> Corretta	<input type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre		<input checked="" type="checkbox"/> Sempre
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente		<input type="checkbox"/> No
Per la risoluzione del quesito è utile una calcolatrice grafica?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Parzialmente