

Esame di Stato – seconda prova scritta - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica - 19 giugno 2025

QUESITO 2 - soluzione a cura di Laura Rossi

2. Si considerino la superficie sferica di equazione $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 1$ e il piano π di equazione $x - 2y - 2z + d = 0$. Discutere, al variare del parametro reale d , se il piano π è secante, tangente o esterno alla superficie sferica. Determinare il valore del parametro d in modo che π divida la sfera in due parti uguali.

Soluzione

La superficie sferica $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 1$ ha centro $C(1,2,0)$ e raggio $r = 1$.
 Affinché il piano $\pi: x - 2y - 2z + d = 0, d \in R$ risulti tangente alla superficie sferica, deve risultare che la distanza δ del centro della superficie sferica dal piano π sia uguale al raggio r :

$$\delta = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + d|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{|d - 3|}{3}$$

dunque:

$$\delta = 1 \rightarrow \frac{|d-3|}{3} = 1 \rightarrow |d - 3| = 3 \rightarrow d - 3 = 3 \vee d - 3 = -3 \rightarrow d = 6 \vee d = 0$$

Affinché il piano π risulti secante alla superficie sferica, deve risultare che la distanza δ del centro della superficie sferica da π sia minore del raggio r :

$$\delta < 1 \rightarrow \frac{|d-3|}{3} < 1 \rightarrow |d - 3| < 3 \rightarrow -3 < d - 3 < 3 \rightarrow 0 < d < 6$$

Affinché il piano π risulti esterno alla superficie sferica, deve risultare che la distanza δ del centro della superficie sferica da π sia maggiore del raggio r :

$$\delta > 1 \rightarrow \frac{|d-3|}{3} > 1 \rightarrow |d - 3| > 3 \rightarrow d - 3 < -3 \vee d - 3 > 3 \rightarrow d < 0 \vee d > 6.$$

Il piano π divide la sfera in due parti uguali se passa per il suo centro C , ossia:

$$1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 3$$

Tabella di analisi del quesito

Livello di difficoltà stimato	<input checked="" type="checkbox"/> Basso	<input type="checkbox"/> Medio	<input type="checkbox"/> Alto	<input type="checkbox"/> Molto alto	
Formulazione del quesito	<input type="checkbox"/> Scorretta	<input type="checkbox"/> Ambigua	<input type="checkbox"/> Poco chiara	<input type="checkbox"/> Corretta	<input checked="" type="checkbox"/> Molto chiara
L'argomento è presente nelle Indicazioni Nazionali	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
L'argomento è presente nel QdR di Matematica	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non è esplicitato / Non è chiaro	
Di solito, viene svolto nella pratica didattica usuale?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Non sempre	
È un argomento presente nei libri di testo di Matematica?	<input type="checkbox"/> No		<input type="checkbox"/> Non sempre	<input checked="" type="checkbox"/> Sempre	
Verifica conoscenze / abilità/ competenze fondamentali?	<input checked="" type="checkbox"/> Sì		<input type="checkbox"/> Solo parzialmente	<input type="checkbox"/> No	

**Per la risoluzione del quesito
è utile una calcolatrice
grafica?**

Sì

No

Parzialmente